

二十六、因素分析	2
26.1 因素分析(Factor analysis)	2
26.2 因素分析理論模式	3
26.3 取樣適切性量數(Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy, KMO or MSA).....	3
26.4 巴氏球形檢定(Bartlett test of sphericity).....	4
26.5 因素抽取(Factor extraction)	4
26.5.1 主成份分析法(Principle component analysis)	4
26.5.2 主軸因素法(Method of Principle Axes; principle axis factors).....	4
26.5.3 最小平方法(Least squares method).....	5
26.5.4 最大概率法、最大概似法(Maximum-likelihood method)	5
26.6 因素轉軸(Factor rotation)	5
26.7 因素分析 SPSS 操作方法.....	7
26.8 因素分析後因素數值後續應用處理方式.....	9
26.8.1 迴歸使用	9
26.8.2 多變量分析使用	10
26.9 因素分析研讀報告	10

二十六、因素分析

Factor Analysis

26.1 因素分析(Factor analysis)

1. 因素分析是一種利用數學方式進行 **資料縮減**(data reduction) 和 **資料彙整**(data summarization) 的精簡方法，能將眾多的變數濃縮成為較少的幾個 **精簡變數**。所獲得的 **精簡變數** 即是 **因素**(factor)。
2. 因素分析目的在獲得量表在檢定測驗時的『**建構效度**、**構念效度**』(construct validity)，利用因素分析抽取變項之間的 **共同因素**(common factor)，以較少的構面(因素)代表原來較複雜的多變項結構。
3. 因素分析假設個體在變數上之得分，分為兩個部分組成，一是各變數共有的成分，即 **共同因素**(common factor) 或 **潛在因素**(latent factor)；另一個是各變數獨有的成分，即 **獨特因素**(Unique factor)。共同因素可能是一個、兩個或數個，若每個受測者有 M 個變數分數，由於每個變數均有一個獨特因素，故有 M 個獨特因素，但共同因素的數目 N，通常少於變數的個數($N \leq M$)，因素分析就是要抽取出此共同因素或潛在因素。
4. **探索性因素分析**(exploratory factor analysis, EFA)：傳統的因素分析程序中，對於因素結構的尋找，並未有任何假設與預期結果。對於因素的抽取、因素的數量、因素的內容，以及變項的分類(構面 Dimension)，研究前都沒有事先的預期，故全由因素分析的程序決定。
5. **驗證性因素分析**(confirmatory factor analysis, CFA)：使用於研究進入較成熟階段，驗證或確認因素分析各參數的性質或因素的數量。驗證性因素分析屬於測量 **建構校度** 的常用方法。依據相關學術理論可以在執行驗證性因素分析時，決定特定共同因素之間有相關性、決定特定觀察變數受特定共同因素所影響、決定特定觀察變數有唯一性因素的影響、決定哪些配對唯一性因素之間有相關性。
6. 1927 年 Spearman 首先創立因素分析。
7. 因素分析的步驟
 - i. 計算各變數間的積差相關係數，組成一相關係數矩陣，估算共同性 (h^2)(communality)。
 - ii. 因素模式的選定：
 - iii. 因素選取方法的選擇：選取 eigen value 大於 1 的因素。

- iv. 因素軸的旋轉：因素轉軸可分為正交旋轉法與斜交旋轉法兩種。
- v. 結果的解釋：因素之命名是由此因素包含哪些重要變數來決定。基本上都需要有學理的根據或依據在該一共同因素上負荷量較大的變數(題項)

8. 因素分析與主成分分析之差異

分析方法

26.2 因素分析理論模式

$$Z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + a_{j3}F_3 + a_{j4}F_4 + \dots + a_{jm}F_m + U_j$$

其中

Z_j : 為第 j 個變項的標準化分數

F_i : 共同因素

m : 所有變項共同因素的數目

U_j : 變項 Z_j 的唯一因素

A_{ji} : 因素負荷量，代表第 i 個共同因素對 j 個變項變異量之貢獻

$$Z_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + U_1$$

$$Z_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + U_2$$

$$Z_3 = a_{31}F_1 + a_{32}F_2 + U_3$$

變項	F_1 (共同因素一)	F_2 (共同因素二)	共同性 h^2	唯一因素 d^2
X_1	a_{11}	a_{12}	$a_{11}^2 + a_{12}^2$	$1 - h_1^2$
X_2	a_{21}	a_{22}	$a_{21}^2 + a_{22}^2$	$1 - h_2^2$
X_3	a_{31}	a_{32}	$a_{31}^2 + a_{32}^2$	$1 - h_3^2$
特徵值	$a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2$	$a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2$		
解釋量	$\frac{a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{31}^2}{3}$	$\frac{a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2}{3}$		

Factors were considered significant and retained only if they had an **eigenvalue equal to or greater than 1**, and variable with **factor loading equals to or greater than 0.50**. (Hair, J. F., Anderson, R., & Black, W. C. (1995). *Multivariate data analysis with readings*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.)

The principal-factors method was used for the initial extraction process and only those factors explaining **at least 10 % of the variance** in the data and having properties of simple structure were retained for rotation. (Hatcher, L. (1994). *A step-by-step approach to using the SAS system for factor analysis and structural equation modeling*. Cary, NC: SAS Institute.)

26.3 取樣適切性量數(Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy, KMO or MSA)

KMO 數值介於 0 與 1 之間，數值愈靠近 1，表示變項的相關愈高，愈適合進行因素分析，數值愈靠近 0，表示變項的相關愈低，愈不適合進行因素分析。

Table Interpretation of the magnitude of KMO value

KMO value	Interpretation
>0.90	極佳(marvelous)
0.80~0.89	良好(meritorious)
0.70~0.79	中度(middling)
0.60~0.69	平庸(mediocre)
0.50~0.59	可悲(miserable)
<0.50	無法接受(unacceptable)

26.4 巴氏球形檢定(Bartlett test of sphericity)

Bartlett(1951)提出針對變項間相關矩陣的球形檢定，此檢定法約略呈現 χ^2 分佈，若變項之間相關係數愈高，則所得 χ^2 值愈大，表示愈適合進行因素分析，卡方分佈對樣本大小相當敏銳，故實際分析時，很少呈現球形檢定接受虛無假設，即利用球形檢定法時，呈現資料不適宜進行因素分析結果的機率很低。

26.5 因素抽取(Factor extraction)

26.5.1 主成份分析法(Principle component analysis)

利用線性方程式將所有變項加以線性合併(linear combination)，計算所有變項共同解釋的變異量，此線性組合稱為**主要成份**。**一般學術研究報告都使用此法。**

第一次線性組合建立後，計算出的第一個主成份估計，可以解釋全體變異量的最大一部份。其所顯示的變異量即屬第一個主成份所分配，分離後所剩餘的變異量，經第二個的方程式的線性合併，可以抽離出第二個主成份，其所涵蓋的變異量即屬於第二個主成份的變異量。依此類推，剩餘的變異量愈來愈少，每一個成份的解釋量依序遞減，直到無法抽取共同變異量為止。一般保留解釋量較大的幾個成份，來代表原來所有的變項。

主成份分析法適用於簡化大量變項為較少數的成份時，以及因素分析的前置作業(pre-test)。

A principal component analysis can be used to find the initial factor solution, in which case a reasonable choice for the number of factors to use is the number of eigenvalue greater than one.

26.5.2 主軸因素法(Method of Principle Axes; principle axis factors)

主軸因素法是分析變項間的共同變異量，而主成份分析法是分析全體變異量。主軸因素法是將相關矩陣中的對角線，由原先的 1 改為共同性(communalities)來取代。希望抽出一系列相互獨立的因素。第一個因素解釋最多變項間共同變異量；第二個因素解釋量為去除第一個因素解釋量後，剩餘共同變異量的最大變異量；後續因素依序解釋剩餘變異量中的最大變異量。直到所有的共同變異量被分割解釋完全為止。

因素的內容較易瞭解。

26.5.3 最小平方法(Least squares method)

針對特定個數的因素，利用最小差距原理，計算一個因素型態矩陣(factor pattern matrix)後，使原始相關矩陣與新因素負荷量矩陣係數相減後數值最小，稱為未加權最小平方法(unweighted least squares method)，表示所抽離的因素與原始相關模式最接近。

若相關係數先乘上變項的殘差(uniqueness)，使殘差大的變數(可解釋變異量較少者)比重降低，計算得到原始相關係數/新因素負荷係數差異的最小平方距離，進行因素的確認稱為加權最小平方法(generalized least squares method)。

26.5.4 最大概率法、最大概似法(Maximum-likelihood method)

相關係數經變項的殘差(uniqueness)加權後，利用參數估計(parameter estimation)原理，估計出最可能出現的相關矩陣方法。

因素個數的決定

26.6 因素轉軸(Factor rotation)

轉軸法使因素負荷量易於解釋。進行轉軸之後，會導致變項在每個因素的負荷量變大或變小，而非原先每個因素負荷量均等的情況。

最大變異法(Varimax)、四次方最大值法(Quartimax)、相等最大值法(Equamax)、直接斜交轉軸法(Direct Oblimin)、Promax 轉軸法，前三者屬於「**直交(正交)轉軸法**」(Orthogonal Rotations)，在直交轉軸法中，因素與因素之間沒有相關，因素軸之間的夾角等於 90 度；後兩者屬於「**斜交轉軸**」(oblique rotations)，表示因素與因素之間彼此有某種程度的相關，因素軸之間的夾角不是 90 度。

直交轉軸法的優點是因素之間提供的訊息不會重疊，受訪者在某一個因素的分數與其他因素的分數，彼此獨立互不相關；缺點是研究迫使因素之間不相關，但在實際的社會科學研究情境中，彼此有相關的可能性很高。

因素分析時大致上使用**主成分分析**，選取**特徵值**大於 1 的因素進行轉軸。轉軸的主要目的是協助因素更具有實質意涵的解釋模式，亦即達成「簡化結構」(simple structure)的原則，最常使用的方法為正交轉軸(orthogonal rotations)中的**最大變異法**(Varimax)，原因為結果簡單，易於解釋，認為因素之間沒有相關性存在。

總變異量

Factor loading: 屬於因素結構矩陣中的係數，每個變項與共同因素之間的相關係數，
factor loading < 1。

樣本大小

進行因素分析時，Gorsuch(1983)提出：

- (1) 試題與受訪者的比例最好為 1:5
- (2) 受訪者總數不得少於 100 人

26.7 因素分析 SPSS 操作方法

1. **Analyze/Statistics**(統計分析或分析) → **Data Reduction**(資料縮減) → **Factor...**(因子或因素...)，即會出現 Factor Analysis(因素分析或因子分析)對話視窗
2. 將所要進行因素分析的**所有變項**，勾選移至右邊的 Variables:的小視窗中。
3. 點選左下角的 **Descriptives...(描述性統計量)(D)** 按鈕，會出現 Factor Analysis: Descriptives 視窗。
4. 在 Factor Analysis: Descriptives 視窗中的 Statistics 中勾選 Initial solution，在 Correlation Matrix 中勾選 KMO and Bartlett's test of sphericity 等兩項，按 **Continue(繼續)** 按鈕回到 Factor Analysis(因素分析/因子分析)對話視窗，點選 **Extraction...(萃取)** 按鈕，會出現 Factor Analysis: Extraction(萃取)的對話視窗。
5. 在 Factor Analysis: Extraction(萃取)的對話視窗中，選取 Principal components(主成分)選項，按 **Continue(繼續)** 按鈕回到 Factor Analysis(因素分析/因子分析)對話視窗，點選 **Rotation...** 按鈕，會出現 Factor Analysis: Rotation(轉軸法)的對話視窗。
6. 在 Factor Analysis: Rotation(轉軸法)的對話視窗中 Method 內勾選 Varimax(最大變異法)選項，按 **Continue(繼續)** 按鈕回到 Factor Analysis(因素分析/因子分析)對話視窗，點選 **Scores...(分數)** 按鈕，會出現 Factor Analysis: Factor Scores 的對話視窗。
7. 在 Factor Analysis: Factor Scores 的對話視窗內，勾選 Save as variables(因素儲存成變數)和 Regression(迴歸)兩項，按 **Continue(繼續)** 按鈕回到 Factor Analysis(因素分析/因子分析)對話視窗，點選 **Options...(選項)** 按鈕，會出現 Factor Analysis: Options 的對話視窗
8. 在 Factor Analysis: Options 的對話視窗內，於 Coefficient Display Format 內勾選 **Sorted by size** 選項，按 **Continue(繼續)** 按鈕回到 Factor Analysis(因素分析/因子分析)對話視窗，點選 **OK** 按鈕，會進行因素分析統計程序。

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.	.626
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square
	df
	Sig.
	62.004
	45
	.047

Communalities

	Initial	Extraction
項目問題1	1.000	.681
項目問題2	1.000	.545
項目問題3	1.000	.645
項目問題4	1.000	.573
項目問題5	1.000	.778
項目問題6	1.000	.589
項目問題7	1.000	.652
項目問題8	1.000	.441
項目問題9	1.000	.514
項目問題10	1.000	.467

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	2.640	26.398	26.398	2.640	26.398	26.398	2.082	20.824	20.824
2	1.907	19.075	45.473	1.907	19.075	45.473	1.906	19.061	39.884
3	1.338	13.379	58.852	1.338	13.379	58.852	1.897	18.968	58.852
4	.847	8.475	67.327						
5	.812	8.120	75.446						
6	.774	7.739	83.185						
7	.548	5.482	88.667						
8	.489	4.890	93.558						
9	.347	3.472	97.030						
10	.297	2.970	100.000						

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotated Component Matrix^(a)

	Component		
	1	2	3
項目問題9	.695	-.107	.140
項目問題6	.661	.199	-.334
項目問題8	.640	-.057	.169
項目問題5	.608	.591	.243
項目問題10	.516	-.045	.447
項目問題7	.039	.806	-.017
項目問題3	-.095	.795	.066
項目問題4	-.044	.199	.729
項目問題2	.144	.071	.720

	Component		
	1	2	3
項目問題1	.288	-.418	.651

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

^a Rotation converged in 5 iterations.

因素分析成果呈現方式：範例

表 2 消費者對環保行為的因素分析

項 目	因 素 負 荷 量		
	積極參與	環保自約	節約資源
我會鼓勵他人參與改善環境的活動	0.706	0.156	0.201
我會主動向他人說明環保的重要性	0.702	0.364	0.054
我會購買有省能標誌的電器產品	0.668	-0.173	0.279
我會多付一些錢購買環保產品	0.660	0.203	0.123
我會鼓勵家人做好資源回收及節約能源	0.658	0.238	0.191
我會因為環保理由而購買特定環保產品	0.637	0.300	0.187
我會向有關單位檢舉任何違反環保法規的事件	0.529	0.327	-0.057
在外用餐時，會自備個人餐具	0.142	0.729	0.174
我拒絕購買過度包裝的產品	0.166	0.704	0.232
我確實做好垃圾減量	0.255	0.591	0.322
我在做短程活動時(如：自家附近的購物)，會以步行或是騎腳踏車代替機車	0.216	0.578	0.035
我使用廢紙、影印紙的另一面作為雜記之用	0.119	0.100	0.804
我確實回收舊報紙、鋁罐、玻璃瓶、保特瓶等	0.142	0.216	0.768
我確實節約能源，如：水、電、瓦斯	0.241	0.224	0.700
特徵值	3.243	2.298	2.127
Cronbach's alpha	0.824	0.691	0.737
解釋變異量(%)	23.2	16.4	15.2
累積解釋總變異量(%)	23.2	39.6	54.8

26.8 因素分析後因素數值後續應用處理方式

26.8.1 迴歸使用

使用標準化數值

26.8.2 多變量分析使用

使用各因素構面包含項目原始數值的平均值

因素分析 建構效度 SPSS 統計應用實務，吳明隆。

結構模式分析 SPSS for Windows 下統計分析-初等統計與高等統計，張劭勳、張劭評、林秀娟等。

26.9 因素分析研讀報告

- Rosati, S., & Saba, A. (2004). The perception of risks associated with food-related hazards and the perceived reliability of sources of information. *International Journal of Food Science and Technology*, 39, 491-500.
- Ibrahim, E. E., & Gill, J. (2005). A positioning strategy for a tourist destination, based on analysis of customers' perceptions and satisfactions. *Marketing Intelligence & Planning*, 23(2), 172-188.
- Getz, D., & Brown, G. (2006). Critical success factors for wine tourism regions: A demand analysis. *Tourism Management*, 27, 146-158.
- Kim, S. S., Lee, C. K., & Klenosky, D. B. (2003). The influence of push and pull factors at Korean national parks. *Tourism Management*, 24, 169-180.
- Gross, M. J., & Brown, G. (2006). Tourism experiences in a lifestyle destination setting: The roles of involvement and place attachment. *Journal of Business Research*, 59, 696-700.
- Chu, R. K. S., & Choi, T. (2000). An importance-performance analysis of hotel selection factors in the Hong Kong hotel industry: A comparison of business and leisure travelers. *Tourism Management*, 21, 363-377.